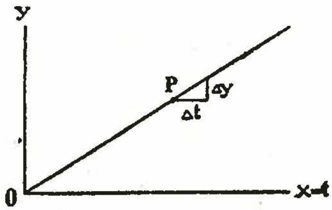
RAUM UND ZEIT.

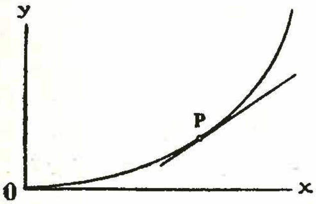
(KURZE WIEDERGABE EINES IN DORNACH GEHALTENEN VORTRAGES.)

HERMANN VON BARAVALLE.

Wenn man verfolgt, wie man zur Erkenntnis von Raum und Zeit kommt, so zeigt sich, daß sie durch zwei ganz verschiedene innere Betätigungen zustande kommt. Durch denkendes Zusammenfassen und Gliedern der Gesichtswahrnehmungen kommen wir zum Bewußtsein des Raumes (siehe Dr. Steiners Einleitungen zu Goethes naturwissenschaftlichen Schriften, Kürschner), die Zeit jedoch müssen wir an Veränderungen erleben. Da sich im Laufe der Geschichte eine Wandlung im Bewußtsein der Menschen vollzieht, wobei sich das abstrakte Denken immer mehr auf Kosten der Fähigkeit herausgestaltet, in innerem Kontakt die Außenwelt mitzuerleben (siehe Dr. Steiners „Rätsel der Philosophie"), so ist unmittelbar damit ein immer stärkeres Beachten von Räumlichkeiten vorgezeichnet, wobei sich die Empfindung für Zeitliches abschwächt. Man ist immer mehr bestrebt, auch zeitliche Vorgänge an räumlichen festzustellen. Deutlich zeigt sich das an der Art der Zeitmessung. Ob wir heute die Zeit an der Uhr durch die Bewegung eines Zeigers oder auch an der Bewegung der Sonne oder der Sterne messen, immer handelt es sich um das Feststellen von räumlich nebeneinander liegenden Stellungen der Zeiger oder Sterne. Ein Mittel, Zeit ohne Übersetzung auf den Raum zu konstatieren, wäre im Hunger oder der Ermüdung gegeben, wodurch wir innere Veränderungen unseres Organismus zur Feststellung der Zeit benützten; diese Erscheinungen sind jedoch für den heutigen Menschen nicht so exakt empfunden, als daß man sie zur Zeitmessung verwenden könnte. Am deutlichsten zeigt sich das Verräumlichen der Zeit an Diagrammen, wobei man zeitlich Nacheinanderliegendes nebeneinander aufträgt und eine räumliche X-Achse zur Zeitachse macht. Auch sprachlich äußert sich jene Tendenz an Bezeichnungen wie: Zeitraum, Zeitpunkt usw.

Daraus soll nicht etwa als Ergebnis abgeleitet werden, diesen ganz notwendigen Weg der Wissenschaft zu verwerfen und zu ihrem Ausgangspunkt zurückzustreben, wohl aber das Gegenteil, ihn fortzusetzen, um auch so wieder zum Zeitlichen und damit Veränderlichen, Lebendigen zu gelangen. Die richtig verstandenen Entwicklungstendenzen der Wissenschaft selbst weisen durchaus in diese Richtung. Sie ist in dem Ausbau der Differentialrechnung insbesondere der Differentialgleichungen vorgezeichnet. Stellt man das Anwachsen einer Größe Y in einem Diagramm dar, etwa das Anwachsen des zurückgelegten Weges einer in der Richtung der Y-Achse ungleichförmig bewegten Kugel, so ist die Steilheit ($\operatorname{tg} \alpha$) der Tangente an die Diagrammkurve in einem Punkte ein Abbild dessen, was bei der Rückübersetzung ins Zeitliche die Wachstumstendenz oder Geschwindigkeit ist. Wäre in unserem Beispiele die Bewegung gleichförmig, so wäre die Diagrammkurve eine Gerade. Dann könnte man die Steilheit durch $\frac{\Delta y}{\Delta t}$, also durch einen Zuwachs vom Y und dem der dabei verstrichenen Zeit messen; denn die Tangente in jedem Punkte fällt nun ganz in die Kurve hinein. Bei der ungleichförmigen Bewegung aber, wo die Tangente nur die Steilheit in einem einzigen Punkte angibt, ist es nicht möglich, diese durch entsprechende Zuwächse von Y und T auszudrücken, da man dadurch nur zur Sehne, nie aber zur Tangente gelangen könnte.





Ins Zeitliche rückübersetzt bedeutet das, daß zurückgelegte Wege und abgelaufene Zeiten eben erst als Folgen der Geschwindigkeit später hervorkommen, die Geschwindigkeit aber als das sie Bedingende, Treibende nicht durch Weg und Zeit feststellbar ist. Will man nun dennoch bei Weg und Zeit bleiben, so muß man die Zuflucht zu sogenannten unendlich kleinen Wegen und unendlich kleinen Zeiten nehmen und einen Grenzübergang ausführen. Wie sehr man dabei genötigt ist, das Problem zu umgehen, zeigen gerade die exakten Definitionen der Grenzübergänge, die mit endlich-kleinen Probegrößen ε und δ operieren. Solange man nicht zugibt, daß man es bei Weg und Zeit mit dem Abgelegten, Toten, aber Meßbaren zu tun hat, wird man um diese Klippe nicht herumkommen.

Besonders deutlich äußert sich das auf dem Gebiete der Differentialgleichungen; dies möge ein Beispiel zeigen: Man kann niemals ein Verständnis der eigentlichen Bedeutung der Zahl $e = 2{,}71828\ldots$ bekommen, wenn man sie als $\lim\limits_{n=\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ definiert und nur später zeigt, daß die e-Potenz $y = e^t$ der Gleichung $\frac{dy}{dt} = y$ genügt. Geht man aber umgekehrt von $\frac{dy}{dt} = y$, als dem Ausdrucke eines bestimmten Wachstumsgesetzes aus, so wird man von selbst auf die Zahl e geführt. Während die Differentialgleichung $\frac{dy^n}{dt^n} = k$ ein Wachstum ausdrückt, das von äußeren Kräften, nicht aber von dem jeweils erreichten Y selbst abhängt, charakterisiert die Gleichung $\frac{dy}{dt} = y$ ein solches, bei dem die Wachstumstendenz in denkbar engstem Kontakt mit Y selbst steht (Gleichheit). Versucht man sich das, was in der Forderung $\frac{dy}{dt} = y$ als kontinuierliches Anwachsen ausgedrückt ist, durch sprungweises Anwachsen zu verdeutlichen, also zu $\frac{\Delta y}{\Delta t} = y$ oder $\Delta y = y \Delta t$ überzugehen, so erhält man bei $\Delta t = 1$, also Sekundensprüngen, ein ständiges Verdoppeln, also die Schritte

$$
\begin{array}{ll}
t = 0 & y = 1 \\
t = 1 & y = 1 + 1 = 2 = 2^1 \\
t = 2 & y = 2 + 2 = 4 = 2^2 \\
t = 3 & y = 4 + 4 = 8 = 2^3 \\
\cdots & \cdots\cdots \\
t = t & \quad = \quad 2^t
\end{array}
$$

Geht man zu Sprüngen von halben Sekunden über, so gelangt man zu $\left[\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2\right]^t$ und so fort bei $\frac{1}{n}$ Sekunde zu $\left[\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right]^t$. Aus der Basis 2 wird beim Übergang zum Kontinuierlichen die Basis e, die weder als Dezimalbruch noch als gemeiner Bruch darstellbar ist. Nur auf eine Art ist die e-Potenz völlig aufzuschreiben, eben ihrem organischen Entstehen nach als $\frac{dy}{dt} = y$.

Wie sehr man auf allen Gebieten auf die Differentialgleichungen als das Wesentliche (Primäre) hingewiesen wird, zeigt die Geschichte des physikalischen Äthers, in dem man sich bemühte, einen Träger der Lichterscheinungen nach den Vorstellungen der Mechanik aufzubauen, bis man in dieser Versinnlichung von einem Widerspruch in den anderen gedrängt wurde, so daß der bekannte Physiker Max Born die heute allgemein anerkannten Worte über den Äther sagen kann: „Wollte man sie (aus dem vorhergehenden Satz: ‚Die zahlreichen, oft sehr phantastischen Hypothesen über die Konstitution des Äthers') wörtlich nehmen, so wäre der Äther eine fürchterliche Maschinerie von unsichtbaren Zahnrädern, Kreiseln und Getrieben, die in der verwickeltsten Weise ineinandergreifen, und von all dem Wust wäre nichts zu merken als einige relativ einfache Kräfte, die als elektromagnetisches Feld in Erscheinung treten"*).

Es bleibt also vom Äther nichts übrig wie das elektromagnetische Feld,

*) Max Born: Die Relativitätstheorie Einsteins, S. 136.

d. h. die Maxwellschen Gleichungen, also die Differentialgleichungen, die das hier geltende Kräftezusammenspiel ausdrücken. Sieht man nun in ihnen nicht den Ausdruck von etwas Primärem, Außersinnlichem, dann kommt man schwer über die Schwierigkeit hinweg, sich vorzustellen, wie, so ist es auch oft ausgedrückt worden, die Differentialgleichungen durch den Raum fliegen. Man kommt heute überall von selbst an den Punkt, wo man die Forschung nur dann fruchtbar fortsetzen kann, wenn man sich nicht krampfhaft an das Sinnliche hält, sondern über dieses hinaus ins Außersinnliche, Lebendige gelangt, also vom bloß Räumlichen den Weg ins Zeitliche findet.